



## Observasi Mental Model Penjumlahan Bilangan Bulat Siswa Sekolah Dasar Kota Baubau

Abdurahman Askois<sup>1\*</sup>

<sup>1\*</sup> Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Dayanu Ikhsanuddin, Jalan Dayanu Ikhsanuddin No. 124 Baubau, Sulawesi Tenggara 93721, Indonesia

e-mail: <sup>1\*</sup> [4skoisk@gmail.com](mailto:4skoisk@gmail.com)

\* Corresponding Author

### INFORMASI ARTIKEL

Print ISSN : 2442-9864

Online ISSN : 2686-3766

#### Article history

Received : 12 Agustus 2021

Revised : 25 October 2021

Accepted : 1 November 2021

**Kata kunci:** observasi, bilangan bulat, mental model

**Keywords:** *observation, integer, mental model*

Nomor Tlp. Penulis: +6281325739330

## PENERBIT

Universitas Dayanu Ikhsanuddin,  
Jalan Dayanu Ikhsanuddin No. 124,  
Kode Pos 93721 Baubau,  
Sulawesi Tenggara, Indonesia.

Email:

[pendidikanmatematika@unidayan.ac.id](mailto:pendidikanmatematika@unidayan.ac.id)

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



### ABSTRAK

Keterampilan atas sistem bilangan bulat merupakan kompetensi pokok dalam mengembangkan pembelajaran pada sistem bilangan lainnya yang lebih kompleks, namun masih banyak siswa yang belum cukup cakap atas kompetensi tersebut. Penelitian ini merupakan penelitian etnografi dengan tujuan untuk mendeskripsikan mental model dan sifat konsistensi bilangan bulat yang menjadi pengalaman belajar siswa pada sekolah dasar Kota Baubau. Penelitian ini memberikan informasi bahwa mental model siswa sekolah dasar Kota Baubau yang terdapat pada pembelajaran bilangan bulat yaitu mental model inisial, mental model sintesis dan mental model formal. Siswa dalam mengerjakan operasi penjumlahan bilangan bulat masih menunjukkan ketidakkonsistensinya saat menggunakan media garis bilangan sebagai alat bantu.

*Skills on the integer system are the main competencies in developing learning in other, more complex number systems, but there are still many students who are not sufficiently proficient in these competencies. This study is an ethnographic study with the aim of describing the mental model and the nature of the consistency of integers that become the learning experience of students at elementary schools in Baubau City. This study provides information that the mental models of elementary school students in Baubau City found in integer learning are initial mental models, synthetic mental models and formal mental models. Students in working on integer addition operations still show inconsistencies when using number line media as a tool.*

**Cara mengutip:** Askois, A. (2021). Observasi Mental Model Penjumlahan Bilangan Bulat Siswa Sekolah Dasar Kota Baubau. *Jurnal Akademik Pendidikan Matematika*, 7(2) 108-116.

## PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika sekolah didominasi oleh keterampilan aritmatika. Berbagai kegiatan dalam perolehan jawaban siswa akan berwujud bilangan-bilangan, misalnya meteri geometri akan berkaitan dengan luas dan volume, materi statistika akan berwujud peluang, materi analisis yang berupa nilai sinus suatu sudut tertentu dan aljabar yang selalu melibatkan operasi antar koefisien suku-suku yang sejenis (bentuk). Keseluruhan materi di atas akan memiliki muatan utama yaitu keterampilan aritmatika. Keterampilan aritmatika ini akan sangat berkaitan dengan bilangan bulat (Rubin et al., 2014, h.2). Hal tersebut menjadikan aritmatika sebagai

ratunya matematika (Bell, 1981, h.27) bahkan dalam benak siswa bahwa matematika itu merupakan ilmu yang berwujud angka-angka.

Aritmatika non-simbolik telah dipelajari sejak anak-anak, namun keterampilan ini masih saja selalu perlu mendapatkan perhatian karena konsep bilangan bulat yang dimilikinya masih belum berkembang dengan baik (Bolyard & Moyer-Packenham, 2012, h.100). Pada usia awal bersekolah, anak-anak dapat menentukan jumlah sekumpulan objek, dapat menentukan kumpulan mana yang lebih banyak, bahkan dapat menentukan jumlah anggota gabungan dua buah kelompok objek tertentu. Keterampilan tersebut tampak menjadi hal yang lebih sukar lagi pada saat pengajaran dan

penguasaan kompetensinya membutuhkan penggunaan simbol dan sistem simbol. Kesukaran yang banyak sekali dialami oleh siswa (Fuadiah & Suryadi, 2017, h.24; Retnowati et al., 2018, h.1) yaitu pada operasi matematika yang melibatkan bilangan negatif. Kesukaran tersebut bahkan juga dialami oleh mahasiswa.

Landasan teori yang akan digunakan pada penelitian ini antara lain struktur bilangan bulat, matematika sekolah, metode pembelajaran bilangan bulat di sekolah. Bilangan bulat yang akan menjadi muatan matematika perlu mendapat penyesuaian dengan muatan pada matematika sekolah. Penelitian yang relevan yang berkaitan dengan pembelajaran bilangan bulat di sekolah juga akan menjadi pelengkap landasan teori. Penelitian tersebut akan berupa kesalahan siswa atas bilangan bulat dan mental model siswa atas bilangan bulat.

Himpunan bilangan yang pertama kali dikenal oleh siswa yaitu himpunan bilangan asli atau bilangan cacah. Sistem bilangan bulat merupakan perluasan dari himpunan bilangan asli yang disebutkan di atas. Sistem bilangan bulat ini merupakan konsep abstrak yang penting untuk dipelajari oleh siswa (Norton & Alibali, 2019, h.4). Sistem bilangan bulat ini kemudian diorganisasikan menjadi aritmatika. Aritmatika merupakan ilmu terhadap struktur, relasi dan operasi pada bilangan bulat (Bell, 1981, h. 27).

Setiap dua anggota dari himpunan bilangan bulat tersebut dapat direlasikan satu sama lainnya. Relasi tersebut misalnya "lebih dari" atau "kurang dari". Relasi terhadap dua anggota dari himpunan tersebut dapat juga berupa operasi matematik. Operasi tersebut dapat berwujud jumlahan, selisih, perkalian dan pembagian.

Fraleigh & Brand (2021, h.11) menyatakan bahwa "intuitively, we may regard a binary operation  $*$  on  $S$  as assigning, to each ordered pair  $(a, b)$  of elements of  $S$ , an element  $a * b$  of  $S$ . Operasi biner bahwa untuk setiap dua buah bilangan bulat bukanlah pasangan yang terurut. Dengan kata lain operasi antara  $a * b$  dapat berarti bahwa: 1) bilangan pertama yang akan dioperasikan tersebut adalah  $a$  dan bilangan keduanya adalah  $b$  atau; 2) bilangan pertama yang akan dioperasikan tersebut adalah  $b$  dan bilangan keduanya adalah  $a$ .

Operasi selisih menurut Bartle & Shebert (2011, h.25) bahwa "the operation of subtraction is defined by  $a - b := a + (-b)$ ". Pernyataan tersebut berarti bahwa pengurangan  $b$  terhadap  $a$  dinotasikan dengan  $a - b$ . Pendapat Fraleigh & Brand serta Bartle & Sherbert di atas menyiratkan bahwa operasi  $a - b$  juga merupakan operasi biner yang berwujud penjumlahan. Penyelesaian dari  $a - b$  dilakukan dengan operasi  $a$  ditambahkan dengan lawan dari atau  $-b$  ditambahkan dengan  $a$ .

Bofferding (2014, h.5) menyakan bahwa pemaknaan tanda "-" yaitu: 1) bilangan (unary) misalnya,  $-108$ ,  $-6$ ,  $-1$  dan lain-lain; 2) operasi

(binary) misalnya  $7 - 9$ . Pemaknaan operasi  $7 - 9$  menurut pendapat Bartle dan Sherbert di atas akan dimaknai sebagai operasi  $7 + (-9)$ . 3) lawan dari salah satu anggota, misalnya  $-(-6)$  dibaca lawan dari  $-6$ . Lawan dari  $-6$  adalah  $6$ . Dengan kata lain  $-(-6) = 6$ .

Hal tersebut di atas menyebabkan ketidakpastian dalam matematika dan pengajaran operasi bilangan bulat (Lee, 2014, h.43). Ketidakpastian berkaitan dengan konsensus dan pemahaman simbol operasi sebagaimana disampaikan Bofferding di atas. Contoh permasalahan tersebut berupa pemahaman siswa bahwa operasi penjumlahan selalu akan menghasilkan bilangan yang lebih besar dan operasi pengurangan selalu akan menghasilkan bilangan yang lebih kecil (Lee, 2014, h. 31).

Materi bilangan bulat telah dipelajari siswa sejak duduk di bangku sekolah dasar. Pada jenjang pendidikan sekolah menengah masih dijumpai siswa yang kurang cakap dalam penyelesaian permasalahan operasi bilangan bulat (Wulandari & Damayanti, 2019, h.38). Penelitian Sulastri, et.al. (2017, h.287) menyatakan bahwa materi bilangan bulat masih sukar dipelajari dan juga sukar untuk diajarkan. Kesukaran tersebut dialami oleh guru dan siswa pada kelas 7. Penelitian Badriyah et al. (2016, h.485) menyatakan bahwa terdapat tiga jenis kesalahan siswa kelas 7 pada operasi hitung bilangan bulat yaitu kecerobohan, kesalahan konsep dan gabungan antara kecerobohan dan kesalahan konsep. Hal ini menunjukkan bahwa kompetensi bilangan bulat siswa masih perlu mendapat perhatian yang serius.

Kesalahan tersebut dapat terjadi karena sifat objek bilangan negatif yaitu cara merepresentasikan kuantitas tersebut secara nyata. Kesalahan juga terjadi karena pengajaran tidak mampu memberikan kejelasan pada siswa mengenai penanda minus sebagai penanda bilangan atau operasi (Fuadiah et al., 2019, h.420). Permasalahan tersebut juga tampak dari adanya dulisme pemaknaan tanda "-". Kecakapan siswa terhadap bilangan bulat oleh Bofferding (2014, h.15-18) dinyatakan sebagai mental model. Mental model tersebut mulai dari mental model inisial, mental model sintesis dan mental model formal.

Mental model inisial adalah mental model yang mempertahankan bilangan asli pada objek bilangan bulat. Mental model sintesis adalah mental model yang menyadari bahwa terdapat bilangan negatif dan positif pada sistem bilangan bulat namun siswa memperlakukan bilangan bilangan tersebut tidak konsisten. Seseorang yang memiliki mental model ini dapat mengetahui bahwa  $-6 < 3$ ,  $6 < 9$ , namun sering melakukan kesalahan pada relasi bilangan negatif. Seseorang yang memiliki mental model ini menyakakan bahwa  $-7 > -3$  berdasarkan jaraknya dari nol pada garis bilangan. Hal ini dikonfirmasi juga oleh Schindler et al., (2017, h.482).

Abdurahman Askois

Matematika merupakan ilmu yang terstruktur. Pembelajaran matematika di sekolah perlu disesuaikan dengan disiplin matematika. Perhatian tersebut dapat berfokus pada sifat kekonsistenan matematika. Sistem bilangan bulat merupakan suatu pembicaraan mengenai kekonsistenan sifat-sifat operasi matematika atas anggota-anggota himpunan bilangan bulat tersebut. Bell (1981, h. 31) menyatakan bahwa struktur ini umunya membahas kekonsistenan atau ketertutupan operasi, sifat asosiatif, sifat komutatif, terdapatnya elemen identitas, dan elemen invers.

Metode pembelajaran bilangan bulat yang telah diterapkan oleh guru pada pembelajaran bilangan bulat di kelas antara lain: 1) Metode garis bilangan. Metode ini merupakan metode umum yang digunakan oleh kebanyakan guru dalam pembelajaran bilangan bulat di sekolah. Metode ini menggunakan gambar garis bilangan. Metode ini dianggap relevan dan memiliki muatan yang lengkap atas materi bilangan bulat, mulai dari pengenalan fakta bilangan bulat, keterurutan, relasi dan operasi. Operasi pengurangan pada metode ini dilakukan sebagai invers atas penjumlahan. Jadi pengurangan suatu bilangan kedua dari bilangan pertama tertentu itu diartikan sebagai penjumlahan bilangan pertama terhadap lawan dari bilangan ke dua. 2) Metode kartu berpasangan. Metode ini memanfaatkan pasangan kartu yang menggunakan dua warna yang berbeda. Sebuah warna akan mewakili bilangan bertanda negatif dan lainnya akan mewakili bilangan bertanda positif. Metode ini memiliki muatan pengenalan fakta bilangan bulat, dan operasi. Jumlah kartu yang tidak memiliki pasangan merupakan hasil dari operasi jumlah yang diselesaikan. Metode kartu berpasangan ini dapat memanfaatkan hukum kanselasi (pembataan). Relasi antar dua bilangan bulat akan sukar dilakukan pada metode ini. Oleh karena itu metode ini tidak dapat digunakan untuk menentukan pengurutan bilangan bulat. 3) Metode maju-mundur. Metode ini mempunyai muatan pengenalan fakta bilangan bulat dan operasi bilangan bulat. Metode maju mundur ini akan membedakan antara tanda penjumlahan dan selisih (pengurangan) dengan tanda bilangan positif dan tanda bilangan negatif pada operasinya. Tanda bilangan positif akan ditunjukkan dengan melangkah maju dan tanda bilangan negatif akan ditunjukkan dengan melangkah mundur, sedangkan operasi jumlah berarti menghadap ke kanan dan operasi pengurangan berarti menghadap ke kiri. Metode maju mundur ini sukar untuk menentukan relasi antara bilangan negatif dan bilangan positif. Oleh karena itu pengurutan bilangan bulat menggunakan metode ini tidak selalu dapat dilakukan.

Jurnal penelitian ini akan mendeskripsikan hasil observasi terhadap pengalaman belajar siswa atas bilangan bulat yang dilaksanakan oleh yaitu: 1) mengorderkan bilangan bulat; 2) konsistensi menjumlahkan bilangan bulat menggunakan garis

bilangan; 3) mental model siswa pada pembelajaran bilangan bulat.

## METODE PENELITIAN

### Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang berwujud ethnografi (Creswell, 2012, h.461).

### Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini berlangsung selama 2 tahun yaitu 2017/2018 dan 2018/2019 pada awal pemberlakuan k13 pada 4 sekolah dasar lingkup Dinas Pendidikan Kota Baubau kota baubau.

### Target/Subjek Penelitian

Penelitian yang dilakukan pada tahun 2017/2018 yaitu observasi pembelajaran bilangan bulat kelas V (lima) pada sekolah dengan kategori sekolah percontohan yang menggunakan K13, sekolah dengan prestasi baik dan sekolah biasa yang menggunakan kurikulum 2006. Penelitian yang dilakukan pada tahun 2018/2019 yaitu observasi pembelajaran bilangan bulat kelas 6 pada Sekolah dasar menggunakan kurikulum K13 hasil revisi. Sekolah tersebut diklasterisasi kemudian dipilih secara random satu dari klaster tersebut untuk menjadi sampel.

### Prosedur

Pembelajaran terselenggara secara alamiah tanpa adanya intervensi pada guru dan siswa oleh pihak peneliti. Peneliti akan mengobservasi pembelajaran dan mencatat hasil observasi menggunakan lembar observasi yang telah tervalidasi. Peristiwa istimewa yang tidak termuat pada lembar observasi akan dicatat menggunakan lembar catatan lapangan. Observasi dilaksanakan setiap kali terselenggaranya kegiatan pembelajaran bilangan bulat. Kegiatan pembelajaran bilangan bulat berlangsung selama 7 kali pertemuan untuk setiap sekolah.

### Data, Instrumen, dan Teknik Pengumpulan Data

Data penelitian ini merupakan data kualitatif. Data hasil observasi terdiri atas dua macam data yaitu data kegiatan yang dilakukan pada pembelajaran dan data peristiwa istimewa. Data observasi akan diperoleh dari instrumen lembar observasi yang berwujud terlaksana atau tidak suatu kegiatan yang telah tercantum pada lembar observasi tersebut. Jika terdapat kejadian-kejadian istimewa dan kejadian tersebut belum termuat pada instrumen lembar observasi maka kejadian tersebut akan dicatat pada instrumen lembar catatan lapangan. Data cacatan lapangan tersebut akan berupa cacatan wawancara terhadap subjek penelitian. Wawancara tersebut bersifat tidak terstruktur.

## Teknik Analisis Data

Data observasi yang diperoleh dari instrumen lembar observasi akan dianalisis menggunakan statistik deskriptif. Data catatan lapangan yang diperoleh dari instrument catatan lapangan selama 7 kali pertemuan akan di kelompokkan berdasarkan karakteristiknya. Tentunya pengelompokan tersebut terjadi setelah data tertentu mengalami pereduksian. Pereduksian data tidaklah berarti perubahan data. Pereduksian ini dilakukan dengan tujuan untuk mempermudah pengelompokan data.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

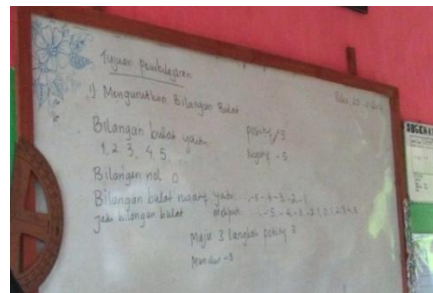
Pelaksanaan pembelajaran menggunakan kurikulum K13 di Kota Baubau dimulai pada tahun pelajaran 2016/2017 dengan melibatkan sebagian kecil sekolah yang ada, sedangkan sebagian besar beberapa sekolah lainnya masih menggunakan kurikulum 2006. Sekolah yang menggunakan kurikulum 2006, materi dan buku teksnya telah dikenal oleh guru, sehingga pembelajarannya mengikuti muatan yang tersaji secara umum pada buku teks tersebut. Hal berbeda terjadi pada sekolah yang menggunakan K13. Guru pada sekolah tempat penelitian belum mengenal dan mengetahui muatan materi yang seharusnya diberikan. Hal tersebut disebabkan oleh penyelenggaraan pembelajarannya berlangsung secara terpadu. Buku teks memuat materi terpadu tanpa memberikan kejelasan muatan materi. Hal yang lebih mempengaruhi pembelajaran tersebut yaitu guru juga belum mengetahui silabus K13 tersebut.

Pelaksanaan pembelajaran bilangan bulat oleh guru sekolah yang belum mengetahui muatan kurikulum k13 yaitu dengan melaksanakan pembelajarannya menggunakan muatan kurikulum 2006. Guru mengalami kendala atas perluasan pengembangan materi yang menjadi rujukan kompetensi yang diharapkan oleh kurikulum K 13 tersebut. Muatan pelajaran tersebut juga menyesuaikan dengan bahan bacaan guru yang diperolehnya melalui internet.

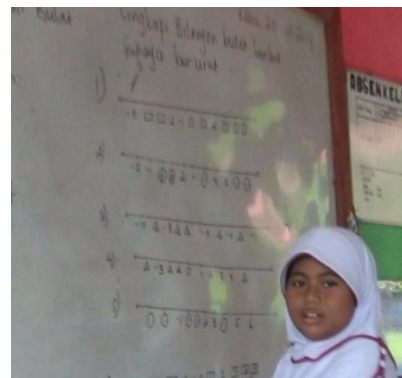
Tata urutan materi yang guru sajikan kepada siswa pada penelitian ini yaitu pengenalan bilangan bulat, ordering/mengurutkan bilangan bulat dan operasi pada bilangan bulat. Operasi ini meliputi operasi penjumlahan, pengurangan. Observasi pembelajaran tersebut dideskripsikan sebagai berikut.

Pengenalan bilangan bulat dilakukan dengan bahasan lambang bilangan bulat. Pada bahasan ini, siswa mengenal anggota himpunan bilangan bulat beserta cara penyajiannya menggunakan garis bilangan. Guru mengenalkan simbol bilangan bulat, kemudian menyebutkannya (cara membaca bilangan tersebut) dan mengenalkan susunannya menggunakan garis bilangan. Anggota himpunan

tersebut terbagi menjadi 3 kelompok yaitu bilangan negatif yang memiliki tanda “-”, bilangan nol (0) dan bilangan positif dengan penandaan seperti bilangan yang telah siswa kenal terlebih dahulu. Anggota bilangan bulat tersebut diurutkan mulai dari kiri berjarak ke kanan dimana bilangan yang bertanda negatif tetapi magnitudonya lebih kecil berada di sebelah kanannya, kemudian berturut-turut hingga nol (0) kemudian dilanjutkan dengan bilangan positif berjarak ke kanan dimana bilangan yang lebih besar modulonya berada di sebelah kanannya. Pengenalan bilangan tersebut menggunakan lambang juga disertai petunjuk verbal cara penyebutannya.



Gambar 1. Pengenalan fakta bilangan bulat

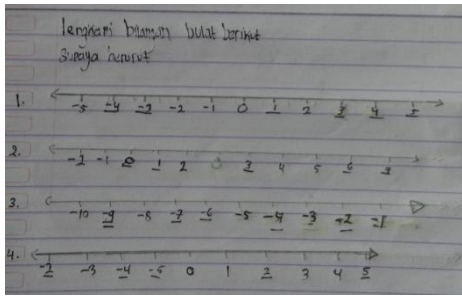


Gambar 2. Penyajian bilangan bulat

Pengenalan bilangan yang bertanda misalnya “-5” dikenalkan dengan verbal “minus lima” dan juga “negatif lima”. Representasi bilangan bulat positif menggunakan konteks juga dikenalkan kepada siswa melalui penggunaan istilah maju atau ke kanan atau ke atas. Representasi bilangan bulat negatif menggunakan konteks juga dikenalkan kepada siswa melalui penggunaan istilah mundur, atau ke kiri, atau ke bawah.

Gambar 3 merupakan jawaban dari seorang siswa yang melengkapi keterurutan bilangan bulat atas permasalahan yang diberikan guru. Bilangan yang akan dilengkapi oleh siswa tersaji melalui tanda garis bawah. Garis bilangan yang telah dilengkapi siswa akan tampak melalui bilangan yang memiliki tanda garis bawah pada gambar 3 di atas. Jawaban pada soal nomor 1, 2, dan 3 tampak sebagai penyelesaian yang benar, namun pada soal nomor 4, penyelesaian yang salah. Saat dikonfirmasi ke siswa,

terjadi dialog antara siswa (S) dan guru (P) sebagai berikut :

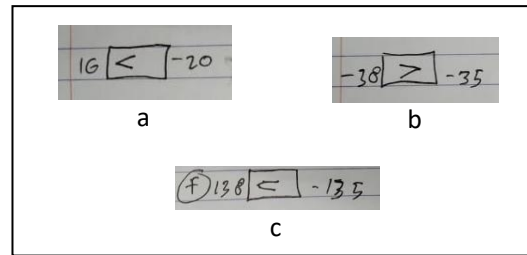


Gambar 3. Lembar jawaban Siswa

- P : "coba periksa kembali jawaban yang kamu kerjakan".  
 S : (terdiam beberapa saat) "Iya, sudah benarmni".  
 P : "coba periksa pekerjaannmu untuk soal nomor 1".  
 S : "cocok Pak Guru, sudah terurut. 1, 2, 3, 4, 5 (dimulai dari nol ke kanan) 1, 2, 3, 4, 5 (dimulai dari nol ke kiri). Iya benarmni Pak Guru".  
 P : "Bagaimana dengan yang nomor 4?"  
 S : "sudah terurut juga.1, 2, 3, 4, 5".  
 P : "yakin begitu jawabamu?"  
 S : "kan lengkap semuanya, tidak ada yang terlewatkan, semua dari 1 sampai 5. Begini jawabannya benar".  
 P : "bagaimana dengan penandaan negatifnya?"  
 S : "sudah cocok, di sebelah kiri".

Dialog tersebut menunjukkan bahwa siswa tersebut masih kurang memahami penanda negatif bilangan bulat. Jawaban soal nomor 1, 2 dan 3 dilakukan dengan baik karena bilangan paling kiri pada garis bilangan telah ditentukan oleh soal, sedangkan pada soal nomor 4, bilangan paling kiri haruslah dilengkapi oleh siswa. Siswa melakukan kecerobohan dan mental modelnya tergolong sebagai sintetis.

Pengenalan bilangan secara ordering atau keterurutan membesar/mengecil telah dilakukan oleh siswa pada saat mempelajari fakta bilangan bulat, namun kesadaran akan keterurutan belum begitu baik. Penyajian keterurutan/naik monoton bilangan bulat menggunakan garis bilangan kurang mendapat perhatian yang serius oleh siswa. Siswa lebih melihat bahwa penyajian ordering bilangan bulat menggunakan garis bilangan hanya sebagai pernyataan melengkapi isian saja. Dengan kata lain tugas melengkapi bilangan pada garis bilangan hanyalah sebagai pola bilangan yang tidak memberikan hasil pembelajaran yang diharapkan kepada siswa. Tugas sedemikian itu tampak menjadi tidak memberikan pengalaman belajar siswa yang bernilai bagi kelangsungan pembelajarannya di kemudian hari.



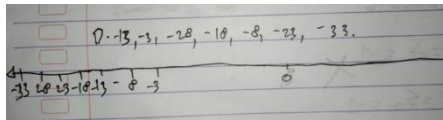
Gambar 4. Relasi bilangan bulat

Gambar 4 menyajikan pengalaman siswa dalam melakukan relasi bilangan bulat. Siswa yang melakukan kesalahan saat mengerjakan permasalahan relasi menggunakan tanda "<" atau ">" masih cukup banyak yaitu sebesar 75%. Kesalahan tersebut ditunjukkan oleh gambar 4a dan 4b dan 4c di bawah ini. Hasil konfirmasi atas kesalahan tersebut diperoleh bahwa siswa yang mengerjakan relasi seperti tampak pada gambar 4a dan 4b, mereka hanya melihat magnitudo bilangan yang direlasikan, dan mengabaikan penandaan negatifnya. Namun pada gambar 4c, siswa telah memahami relasi bilangan bulat. Kesalahan yang diakukannya adalah kesalahan memahami penanda relasi. Hasil konfirmasi yang peneliti lakukan terhadap siswa tersebut diperoleh bahwa penanda tersebut diasosiasikan seperti tanda anak panah. Dengan kata lain, ujung runcingnya menunjukkan arah pilihan (bilangan yang lebih besar) atas relasi yang ada. Siswa yang menjawab seperti disajikan pada gambar 4a dan 4b, berada pada mental model inisial sedangkan siswa yang menjawab seperti sajian gambar 4c berada pada mental model formal. Siswa yang memberikan hasil seperti pada gambar 4c tersebut melakukan kekeliruan dalam penempatan tanda relasi. Siswa tersebut menyatakan bahwa tanda tersebut dimaksudkan mengarahkan pilihan. Informasi yang diperoleh melalui wawancara bahwa tanda relasi tersebut diasosiasikan dengan tanda anak panah. Siswa tersebut menyatakan bahwa 138 lebih besar dari 135 karena 138 bernilai positif sedangkan 135 bernilai negatif. Siswa ini melakukan kesalahan dalam pemaknaan tanda relasi, meskipun guru telah mengenalkan makna relasi tersebut sebelum dilaksanakan latihan mandiri oleh siswa.

Siswa menggunakan alat bantu garis bilangan untuk mengurutkan bilangan bulat. Gambar 5 tersebut mempertunjukkan bahwa penanda negatif suatu bilangan-bilangan tersebut masih sangat belum disadari siswa. Dengan kata lain siswa tersebut memandangnya sebagai bilangan-bilangan positif (magnitudonya saja). Siswa ini berada pada mental model inisial. Kesalahan yang dilakukan oleh siswa tersebut tergolong sebagai kesalahan konsep.

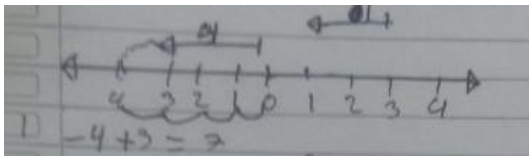


Abdurahman Askois



Gambar 5. Menggurutkan bilangan bulat

Keterampilan siswa terhadap pengoperasian bilangan bulat disajikan sebagaimana yang tampak pada gambar-gambar hasil pekerjaan siswa atas permasalahan yang diberikan oleh guru di bawah ini.



Gambar 6. Operasi penjumlahan bilangan negatif dan positif

Gambar 6 di atas menunjukkan bahwa siswa yang menjawab tersebut berada pada mental model inisial. Siswa ini sudah mengenal bilangan bulat negatif, namun pada pengoperasian bilangan bulat tersebut melakukan kesalahan konsep. Hasil konfirmasi bagaimana jawaban tersebut melalui wawancara Peneliti (P) dan Siswa (S) yaitu:

P : "Bagaimana jawaban saudara ini?"

S : "Soalnya -4 ditambahkan dengan 3. -4 itu berarti ke kiri dan 3 itu ke kanan"

P : "tanda panah yang menunjukkan 3 itu ke kiri, mengapa demikian?"

S : "3 itu ke kanan"

P : "saudara maksud ke kanan, tetapi arah panah yang tergambar mengarah ke kiri."

S : "iya panah itu untuk jawabannya, karena 4 maka panahnya ke kiri, jadi tiga juga panahnya ke kiri supaya sama."

P : "Panah pada 3 tidak sampai pada bilangan nol, mengapa demikian?"

S : "kan bilangannya 3 jadi 1, 2, 3 (mulai menghitung pada garis bilangan dengan menunjuk bilangan satu pada saat membilang satu dan seterusnya)"

P : "menghitung pada garis bilangan dimulai dari mana?"

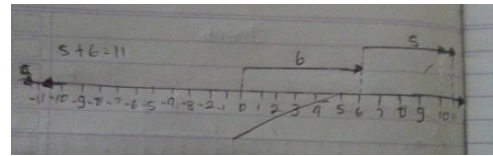
S : "Terdiam dan mengatakan "oh iya. Harusnya garisnya ini jadi sambung (sambil menunjuk anak panah paling kanan dan titik pangkal anak panah paling kiri)"

P : "Bagaimana saudara menentukan jawaban ini (menjuk soal)"

S : "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (menghitung yang diawali dari bilangan 4 di sebelah kiri nol menuju ke kanan hingga ke bilangan 3). Jadi jawabannya 7."

Kesalahan siswa tersebut juga tampak saat tidak melengkapkan tanda pada bilangan negatif. Saat dikonfirmasi, siswa tersebut menyatakan bahwa bilangan yang berada di sebelah kiri tersebut merupakan bilangan negatif. Siswa tidak melengkapi bilangan di sebelah kiri dengan tanda "-" dengan alasan bahwa ke kiri itu negatif sehingga tidak perlu memberikan tanda tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa siswa pada pembelajaran bilangan bulat masih saja mempertahankan mental bilangan asli

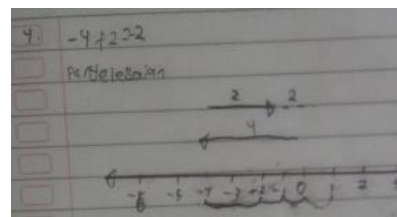
atau mental modelnya berjenis inisial. Kesalahan siswa tersebut tergolong kesalahan konsep atas operasi jumlah.



Gambar 7. Operasi jumlah dua bilangan bulat positif

Gambar 7 di atas merupakan proses operasi penjumlahan dua bilangan bulat positif. Pada gambar jelas menunjukkan bahwa siswa mengerjakan operasi dengan memulai pada bilangan yang paling kiri kemudian dilakukan penjumlahan dengan bilangan bilangan yang berada di sebelah kanan. Siswa tidak menunjukkan hasil penjumlahan dengan garis panah berarah meskipun pada pembelajarannya guru melakukannya menggunakan garis panah berarah. Siswa mengkonfirmasi jawaban atas permasalahan tersebut yaitu dengan melihat bilangan yang ditunjukkan oleh garis panah terakhir. Pada jawaban siswa terlihat bahwa bilangan terakhir yang ditunjukkan oleh garis panah teratas adalah sejajar dengan bilangan 11. Oleh karena itu jawaban pertanyaan  $5 + 6 = 11$ . Kegiatan tersebut menampakkan bahwa siswa tersebut mampu menunjukkan kecakapan atas operasi bilangan secara matematika tidak lagi bersifat kaku, proses pengerjaannya selalu dimulai dari sebelah kiri. Siswa ini telah memiliki keterampilan operasi yang tergolong lancar secara prosedural. Jawaban di atas sukar untuk menentukan jenis mental model yang dimilikioleh siswa tersebut. Namun hasil lembar jawaban siswa yang teramati tampak bahwa siswa ini memiliki mental model formal.

Gambar 8 menunjukkan proses operasi penjumlahan dua bilangan bulat yaitu bilangan bulat positif dan bilangan negatif. Pada gambar jelas menunjukkan bahwa siswa mengerjakan operasi dengan memulai pada bilangan yang paling kiri kemudian dilakukan penjumlahan dengan bilangan bilangan yang berada di sebelah kanan. Siswa tidak menunjukkan hasil penjumlahan dengan garis putus-putus meskipun pada pembelajarannya guru melakukannya menggunakan garis panah berarah.



Gambar 8. Operasi jumlah dua bilangan bulat

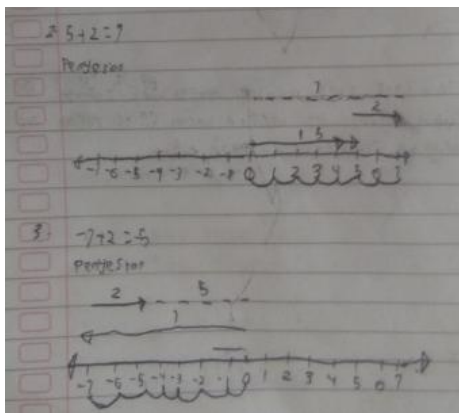
Siswa mengkonfirmasi jawaban atas permasalahan tersebut melalui dialog peneliti (P) dan Siswa (S) sebagai berikut:

P : "Apakah jawaban yang saudara buat sudah benar?"

- S : "Ya"  
 P : "Bagaimana saudara melakukan penjumlahan tersebut?"  
 S : " Dari nol ke kiri 4 kemudian dari 4 ke kanan 2. Jadi hasilnya dari nol ke kiri 2"  
 P : "Jika keduanya diberikan garis panah berarah, mengapa jawabannya tidak memiliki garis panah berarah?"  
 S : " iya. Ini akan menjadi jawaban."  
 P : "bagaimana saudara mengetahui jawabannya, -2 padahal yang tertulis pada garis putus-putusnya itu bilangan 2?"  
 S : "iya kan dua tapi arahnya ke kiri. Jadi jawabannya adalah -2"

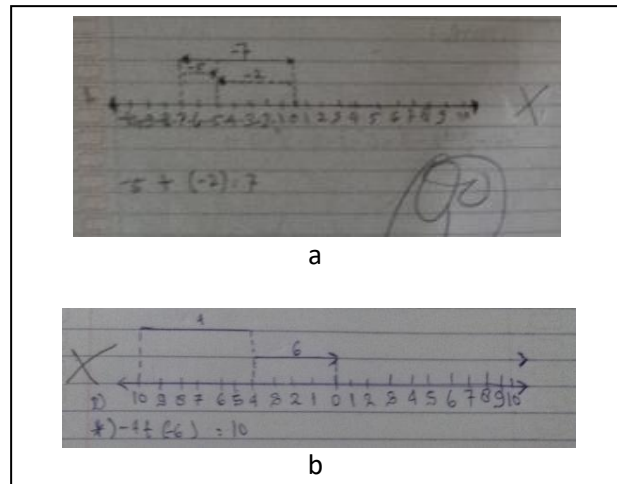
Dialog di atas terlihat bahwa siswa dapat menggunakan garis bilangan sebagai media alat bantu perhitungan operasi bilangan bulat yang diberikan. Siswa menuliskan jawaban yang nampak berbeda dengan hasil pada alat bantu. Hal ini menunjukkan bahwa siswa tersebut telah mampu mengenal bilangan bulat dan operasi penjumlahannya. Model mental siswa ini telah berada pada model formal.

Gambar 9 menampilkan jawaban siswa bahwa dia telah memiliki mental model formal. Hasil konfirmasi atas jawaban siswa tersebut bahwa garis putus-putus tersebut hanyalah besarnya saja, sedangkan jawabannya akan ditentukan oleh arah garis putus-putus tersebut dari bilangan nol.



Gambar 9. Operasi jumlah dua bilangan bulat

Pada soal nomor 2, garisnya dari nol ke kanan sehingga hasilnya positif. Pada soal nomor 3, garisnya dari nol ke kiri sehingga hasilnya negatif. Hal ini tampak bahwa siswa tersebut menggunakan garis bilangan sebagai alat bantu perhitungan bilangan bulat.



Gambar 10. Konsistensi hasil penjumlahan

Kesalahan jawaban siswa seperti yang ditunjukkan pada gambar 10a dan 10b adalah kesalahan konsistensi. Gambar 10a menunjukkan bahwa yang ditunjukkan arah panah adalah -5 namun di beri tanda (besar) -2, sementara arah panah adalah -2 diberi tanda (besar) -5. Hasil konfirmasi siswa diperoleh sebelum jawaban siswa diperiksa oleh guru bahwa penanda pada garis panah berarah mengikuti urutan soal, jadi pemberian tanda -5 kemudian -2 dilakukan oleh siswa karena pada soal tertulis  $-5 + (-2)$ . Tampak bahwa ketidak konsistenan siswa yang memberikan penanda -2 pada anak panah yang menunjuk -5. Siswa tersebut tidak menyadari kekeliruan tersebut. Nilai 7 sebagai jawaban atas soal tersebut juga disadari oleh siswa sebagai kekeliruan sebagai akibat ketergesa-gesaan. Kesalahan yang dilakukan oleh siswa tersebut terolong sebagai kecerobohan. Mental model siswa tergolong sebagai mental model formal.

Gambar 10b menunjukkan bahwa siswa belum memiliki pemahaman atas bilangan bulat. Siswa tampak dengan sangat kuatnya mempertahankan konsep bilangan asli pada mentalnya. Siswa mampu menggambar garis bilangan tersebut sebagai keterampilan drill dari guru. Soal ini merupakan materi penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif. Hasil konfirmasi peneliti (P) terhadap siswa (S) diperoleh sebelum jawaban siswa diperiksa oleh guru:

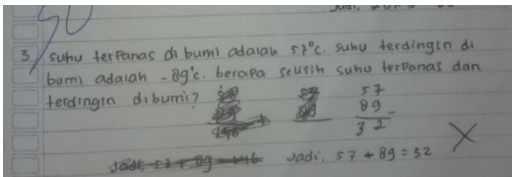
- P : "Bagaimana saudara menggambar ini (menunjuk jawaban siswa)"  
 S : "Seperti itu yang dipapan tulis"  
 P : "Bagaimana ini ada garis (pada bilangan 4 dan bilangan 10 dan bilangan nol)."  
 S : "Seperti itu. Mulai dari nol, kemudian ke kiri 4, dan ke kiri lagi 6."  
 P : "Mengapa begini (menunjuk blangan yang berada di atas tanda anak panah)."  
 S : "kan ini (menunjuk pada soal) ditambah dengan ini. jadi ini 4 dan ini 6 (menunjuk pada jawaban garis bilangan)"  
 P : "hasil 10 ini bagaimana"  
 S : "iya kan, 4 + 6 hasilnya 10"  
 P : "apakah hasilnya positif atau negatif?"

Abdurahman Askois

- S : "10"  
 P : "10 ini berada disebelah kiri atau disebelah kanan nol?"  
 S : "sebelah kiri"  
 P : "jadi, bagaimana jawaban saudara?"  
 S : "Benar 10."

Siswa tersebut melakukan kesalahan yang tergolong kesalahan konsep dan mental modelnya merupakan mental model inisial.

Penyelesaian permasalahan yang berkaitan dengan bilangan bulat berwujud soal kontekstual. Jawaban siswa ditunjukkan oleh gambar 11 berikut. Siswa tersebut memiliki mental model inisial. Kesalahan yang dilakukannya adalah kesalahan konsep.



Gambar 11. Penyelesaian soal cerita

Hasil wawancara menunjukkan bahwa siswa menyadari adanya bilangan negatif namun dalam operasi bilangan bulat siswa tersebut masih mempertahankan sistem bilangan asli. Hal ini disimpulkan berdasarkan wawancara. Langkah awal penyelidikan dilakukan melalui pembacaan kembali kedua permasalahan/soal di atas. Siswa mampu membaca dengan tepat dan tidak mengabaikan penanda negatif bilangan yang ada. Hasil operasi yang ditunjukkan bahwa operasi pengurangan bilangan hanya memperhatikan nilai bilangan tanpa penanda negatifnya. Informasi wawancara siswa menyatakan bahwa operasi selisih berarti operasi pengurangan. Oleh karena itu yang dilakukannya adalah mengurangkan 89 terhadap 57. Proses pengurangannya yang dilakukan secara bersusun menggunakan sifat nilai tempat suatu bilangan. Nilai yang paling kiri pertama-tama yang dilakukan pengurangan, kemudian nilai yang sebelah kanan. Pengurangan dilakukan dengan mengurangkan mengurangkan nilai yang terbesar kepada nilai yang lebih kecil tanpa memperhatikan objek bilangan yang menjadi pengurangnya. Gambar menampilkan bahwa nilai 2 (satuan) diperoleh dari mengurangkan 9 dengan 7, nilai 3 (puluhan) diperoleh dari mengurangkan 8 dengan 5.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Operasi bilangan bulat atau aritmatika merupakan ratunya matematika. Keterampilan aritmatika ini merupakan modal awal untuk pengembangan kompetensi materi matematika selanjutnya. Namun keterampilan siswa atas

bilangan bulat masih perlu mendapat perhatian yang serius.

Mental model yang terdapat pada siswa sekolah dasar lingkup Kota Baubau atas bilangan bulat yang belum sesuai harapan yaitu mental model inisial dan mental model sintesis. Namun demikian terdapat juga siswa yang memiliki mental model formal. Beberapa Siswa masih mempertahankan bilangan asli dalam mentalnya saat mempelajari sistem bilangan bulat. Beberapa siswa juga manampakan ketidakkonsistennya dalam mengerjakan permasalahan yang diberikan. Ketidak konsistenan tersebut berkaitan dengan penggunaan tanda negatif. Tanda ini merupakan penanda bilangan yang membedakan bilangan negatif dan positif. Hasil penelitian juga memperlihatkan bahwa beberapa siswa tampak tidak mampu melihat tanda pembeda antar bilangan negati dan positif. Hal ini berakibat pada keterampilan operasi matematika atas bilangan bulat.

### Saran

Hasil penelitian menunjukkan bahwa beberapa pengalaman belajar yang diperoleh siswa pada pembelajaran bilangan bulat antara lain mental model yang belum sesuai harapan, sebagian siswa masih mempertahankan mental bilangan bulat, dan ketidakkonsistenan siswa. Hasil penelitian ini memberi pesan bahwa perlu adanya strategi baru dalam pembelajaran bilangan bulat, terutama starategi pada pembelajaran operasi bilangan bulat.

## DAFTAR REFERENSI

- Badriyah, L., Asari, A. R., Malang, U. N., Timur, J., & Susanto, H. (2016). *Profil Kesalahan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Operasi Hitung Bilangan*. January 2017.
- Bartle, R.G.;Shebert, D. . (2011). *Introduction to Real Analysis* (4th ed.). John Wiley & son.
- Bell, Frederick, H. (1981). *Teaching and learning Mathematics (in swcondary schools)*. Wm. C. Brown.
- Bofferding, L., & Bofferding, L. (2014). *No Title*. 45(2014), 194-245.
- Bolyard, J., & Moyer-Packenham, P. (2012). Making sense of integer arithmetic: The effect of using virtual manipulatives on students' representational fluency. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 31(2), 93-113. [http://www.editlib.org/p/39192/paper\\_39192.pdf](http://www.editlib.org/p/39192/paper_39192.pdf)
- Creswell, J. . (2012). *Educational Resarch* (4th ed.). Pearson.
- Fraleigh; J.B; Brand N.E. (2021). *A First Course in Abstract algebra* (8th ed.). pearson.
- Fuadiah, N. F., & Suryadi, D. (2017). *Some Difficulties in Understanding Negative Numbers Faced by Students : A Qualitative Study Applied at Secondary Schools in Indonesia*. 10(1), 24-38. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n1p24>
- Fuadiah, N. F., Suryadi, D., & Turmudi. (2019). Teaching



Abdurahman Askois

- and learning activities in classroom and their impact on student misunderstanding: A case study on negative integers. *International Journal of Instruction*, 12(1), 407–424.  
<https://doi.org/10.29333/iji.2019.12127a>
- Lee, J. (2014). *Explanations, illusion of explanations, and resistance: Pre-service teachers' thoughts on models for integer operations Explanations, Illusion of Explanations, and Resistance: Pre-service Teachers' Thoughts on Models for Integer Operations*. October.
- Norton, A., & Alibali, M. W. (2019). *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics education*. 370.  
<http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-00491-0>
- Retnowati, S., Amin, S. M., & Imah, E. M. (2018). The Role of Refutational Text as a Conceptual Change Effort to Fix the Misconception on Addition and Subtraction of Integers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1108(1).  
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012117>
- Rubin, R. J., Marcelino, J., Mortel, R., & Lapinid, M. R. C. (2014). *Activity-Based Teaching of Integer Concepts and its Operations*. 1–16.
- Schindler, M., Hußmann, S., Nilsson, P., & Bakker, A. (2017). Sixth-grade students' reasoning on the order relation of integers as influenced by prior experience: an inferentialist analysis. *Mathematics Education Research Journal*, 29(4), 471–492.  
<https://doi.org/10.1007/s13394-017-0202-x>
- Sulastri, R.; Mautia, H.; Johar, R.; Ikhsan, M.; Duskri. (2017). *Identifikasi Kendala dan Masalah Dalam Proses Pembelajaran Matematika*. 1, 285–288.
- Wulandari, Y. O., & Damayanti, N. W. (2019). Scaffolding Based on Telolet Game in Teaching Integers. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML)*, 1(2), 36–39.  
<https://doi.org/10.29103/mjml.v1i2.1175>